

Fecha de entrega: 19/05/2021

**Curso:** 6to año

**Profesores:** Sanchez, Araceli      601      aracelielida@gmail.com

Videspón, Carina      602      carinajdc@hotmail.com

**TRABAJO PRÁCTICO N° 2: LÍMITE DE UNA FUNCIÓN**

**REPASAMOS UN POQUITO LÍMITE DE UNA FUNCIÓN**

En la función  $f(x) = 2x + 1$ , podemos calcular valores próximos al punto  $x = 2$

Si calculamos los valores de  $x$  que se aproximen a 2 tanto por derecha (2.001, 2.01, 2.1); como por izquierda (1.999, 1.99, 1.9) observaremos que todos tendrán la imagen en  $f(x)$  próxima a 5.

***“El límite de  $f(x)$  a medida que  $x$  se aproxima a 2 es igual a 5”:***

$$\lim_{x \rightarrow 2} 2x + 1 = 5$$

$$2 \cdot (2) + 1 = 5$$

**Calcular:**

a)  $\lim_{x \rightarrow -2} (2x^2 + 5x + 3) =$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{3x^2 - 8x - 3}{x - 3} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{2x + 1} =$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{2x^2 - 3x} =$

e)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} =$

## INDETERMINACIONES DEL TIPO $\frac{0}{0}$

Hay ocasiones que al calcular el límite de una función se llega a resultados del tipo  $\frac{0}{0}$ , lo cual es una indeterminación algebraica. En estos casos se deberá factorizar el numerador y el denominador para simplificar y evitar la indeterminación.

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \frac{\lim_{x \rightarrow 4} (x^2 + 16)}{\lim_{x \rightarrow 4} (x - 4)} = \frac{16 - 16}{4 - 4} = \frac{0}{0} \quad \text{factorizamos}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x + 4)}{(x - 4)} = \lim_{x \rightarrow 4} (x + 4) = 8$$

Calcular

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{x - 1} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4 + 4} =$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12x}{6x^2 + 4} =$

## INDETERMINACIONES DEL TIPO $\frac{\infty}{\infty}$

La indeterminación algebraica  $\frac{\infty}{\infty}$  surge de calcular el límite de ciertas funciones racionales

Ejemplo:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x}{9x} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (8x)}{\lim_{x \rightarrow \infty} (9x)} = \frac{\infty}{\infty}$

Para calcular este tipo de límites, se divide el numerador y denominador de la función por  $x^n$ , siendo n el mayor de los grados de ambos polinomios, y luego aplicando las propiedades de los límites.

a) **El grado del polinomio numerador es igual al grado del polinomio denominador**

Ejemplo: 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x}{3x^3 + 2x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^3 - 5x}{x^3}}{\frac{3x^3 + 2x^2 - 1}{x^3}} = \text{simplificamos y}$$

obtenemos 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{5}{x^2}}{3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}} = \frac{2 - 0}{3 + 0 - 0} = \frac{2}{3}$$

b) **El grado del polinomio numerador es menor que el grado del polinomio denominador**

Ejemplo: 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^4 - 3x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2 + 2x - 1}{x^4}}{\frac{x^4 - 3x^3}{x^4}} = \text{simplificamos y}$$

Obtenemos 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4}}{1 - \frac{3}{x}} = \frac{0 + 0 - 0}{1 - 0} = 0$$

c) **El grado del polinomio numerador es mayor que el grado del polinomio denominador**

Ejemplo: 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 7}{4x + 9} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2 - 5x + 7}{x^2}}{\frac{4x + 9}{x^2}} = \text{simplificamos y}$$

Obtenemos  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{5}{x} + \frac{7}{x^2}}{\frac{4}{x} + \frac{9}{x^2}} = \infty$

Recordemos que un número dividido infinito da por resultado 0

Calcular:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{2x^2} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 4} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^3 + 2x^2 + 1}{x^3 - 4} =$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^5 - 2x + 1}{x^3 + 4} =$

e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)(5x-4)}{3(x+2)(x-2)} =$

